

Отвечать на задачи необходимо полным, развернутым ответом (решением). Пишите аккуратно и разборчиво, соблюдая разметку страницы. Не забудьте указать номер задачи, на которую Вы отвечаете, например, 4. Условия задачи переписывать не нужно.

Андрей
Бронислав
Борис

Архангельск^{N5}
Бобруйск
Белгород

Аптекарь
бухгалтер
агроном

Решение:

- Если ~~Бор~~ Борис редко бывает в Бобруйске $\Rightarrow$
 $\Rightarrow$ он там не живёт.

- Если у двоих из них ^{начальные} буквы имён, городов и профессий совпадают $\Rightarrow$ у Андрей это точно и либо у Бронислава, либо у Бориса.

Далее Допустим ~~то~~ что у Бронислава совпадёт $\Rightarrow$
он живёт в Бобруйске и он бухгалтер $\Rightarrow$ Борис
либо агроном, либо аптекарь $\Rightarrow$ Борис - агроном
(т.к. аптекарь должен быть мужем ~~его~~ сестры)

$\Rightarrow$ Андрей - аптекарь, что противоречит условию.
Он не может быть мужем сестры Бориса и жить в Бобруйске, потому что Борис очень редко приезжает в Бобруйск к сестре. $\Rightarrow$ муж меня должен жить там же. $\Rightarrow$ у Бронислава не совпадает буква и он не бухгалтер. $\Rightarrow$ Бронислав - аптекарь и живёт в Бобруйске. $\Rightarrow$ Андрей - агроном и живёт в Архан.
Борис - бухгалтер и живёт в Белгороде.

Ответ: Бронислав - аптекарь - Бобруйск; Андрей - агроном - Архангельские; Борис - бухгалтер - Белгороде.

Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего образования "НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ МОСКОВСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ СТРОИТЕЛЬНЫЙ УНИВЕРСИТЕТ"

Олимпиада школьников «Учить строить будущее» по дисциплине МАТЕМАТИКА

ЧИСТОВИК

Вариант № 3

(без № варианта работа не проверяется и аннулируется)

При обнаружении в чистовике записей, не относящихся к решаемому варианту, работа не проверяется и аннулируется

БЛАНК ОТВЕТОВ № 1

(в столбце «Ответ» необходимо написать итоговый ответ на задачу)

Задача №	Ответ	Служебное поле
1	9	
2	$\frac{200h}{3}$	
3		
4	(8; 2)	
5	Борис - бухгалтер - Белгород; Андрей - агроном Бронислав - аптекарь - Бобруйск; - Архангельск	
6		
7		
8	$(-3; -2); [-1; 0); (0; \frac{4}{3}]$	
9		
10		
Итого:		

Изменение неправильного ответа

(для отмены неправильного ответа укажите номер задачи и впишите правильный ответ)

Задача №	Ответ	Служебное поле

Отвечать на задачи необходимо полным, развернутым ответом (решением). Пишите аккуратно и разборчиво, соблюдая разметку страницы. Не забудьте указать номер задачи, на которую Вы отвечаете, например, 4.
Условия задачи переписывать не нужно.

N1.

По условию победитель выиграл у всех и набрал очков в 8 раз меньше, чем все остальные $\Rightarrow$ у всех остальных участников больше очков в 8 раз $\Rightarrow$ остальных участников - 8 человек. $\Rightarrow$ всего участников было: $8+1=9$ с победителем.
Ответ: 9 участников.

Дано:

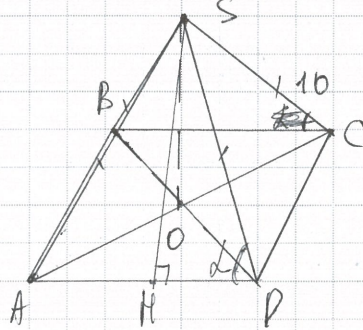
$SABCD$ - четырехугольная правильная пирамида.

$$SB = 10$$

d

$$V_{SABCD} = ?$$

Решение: N2.



$$V_{SABCD} = \frac{1}{3} S_{осн} \cdot h = \frac{1}{3} \cdot 200 \cdot h.$$

1) рассмотрим $\triangle SAP$ - р.б.д.

$$\text{т.к. } SD = SA = 10 \Rightarrow$$

$$\angle SDA = \angle SAP = d.$$

$$\Rightarrow \angle ASD = 180^\circ - 2d =$$

$$= 2(90^\circ - d) = 2d.$$

медиану.

Проведем SH - высоту $\triangle SAP$.

2) рассмотрим $\triangle SHP$ - р.б.д.

т.к. SH - медиана биссектриса.

$$\Rightarrow \angle HSD = \angle SDH = d \Rightarrow$$

$$SH = HP = x.$$

по т. Пифагора:

$$SD = \sqrt{2x^2} = x\sqrt{2} = 10$$

$$x = 5\sqrt{2} \Rightarrow AP = 2x = 10\sqrt{2}.$$

$$S_{осн} = BC \cdot AB = BC^2 = 10\sqrt{2}^2 = 200 \text{ т.к. } ABCD - \text{квадрат.}$$

3) Рассмотрим $\triangle ADP$ - прямоугольный.

т.к. $ABCD$ - квадрат.

по т. Пифагора:

$$OP = AD = y.$$

$$AP = \sqrt{2y^2} = y\sqrt{2}.$$

$$y\sqrt{2} = 10\sqrt{2}$$

$$y = 10.$$

в $\triangle SOD$ - прямоугольный.

$$SO = h = \sqrt{SD^2 - OD^2} = \sqrt{10^2 - 10^2} = 0.$$

$$\text{Ответ: } \frac{200h}{3}.$$

Отвечать на задачи необходимо полным, развернутым ответом (решением). Пишите аккуратно и разборчиво, соблюдая разметку страницы. Не забудьте указать номер задачи, на которую Вы отвечаете, например, 4.
Условия задачи переписывать не нужно.

$$\begin{cases} \log_3(0,5x) - \log_3 y = 0 & (1) \\ \log_2(0,25x^2 - 2y^2) - 3 = 0 \end{cases}$$

Решим

$$(1): \log_3(0,5x) - \log_3 y = 0$$

$$\log_3(0,5x) - \log_3 y = 0$$

$$\log_3(0,5x) - \log_3 y^2 = 0$$

$$\log_3 \left(\frac{0,5x}{y^2} \right) = 0$$

$$\log_3 \left(\frac{0,5x}{y^2} \right) = \log_3 1$$

$$0,5x = y^2$$

$$x = 2y^2$$

$$\begin{cases} y = 2 \\ x = 2 \cdot 2^2 = 8 \end{cases}$$

$$x = 2 \cdot 2^2 = 8$$

О.Д.З.:

$$\begin{cases} 0,5x > 0 \\ y > 0 \end{cases}$$

$$0,25x^2 - 2y^2 > 0$$

$$\begin{cases} x = 2y^2 \\ \log_2(0,25x^2 - 2y^2) - 3 = 0 \end{cases}$$

$$\log_2(0,25x^2 - 2y^2) - 3 = 0$$

$$\begin{cases} x = 2y^2 \\ \log_2(0,25 \cdot 4 \cdot y^4 - 2y^2) - 3 = 0 \end{cases}$$

$$\log_2(y^4 - 2y^2) - 3 = 0$$

$$\log_2(y^4 - 2y^2) = 3$$

$$\log_2(y^4 - 2y^2) = \log_2 8$$

$$y^4 - 2y^2 = 8$$

$$y^4 - 2y^2 - 8 = 0$$

$$\text{Положим } t = y^2, t > 0.$$

$$t^2 - 2t - 8 = 0$$

$$D = \left(\frac{-(-2)}{2} \right)^2 - 1 \cdot (-8) = 1 + 8 = 9$$

$$t_{1,2} = \frac{-(-2) \pm \sqrt{9}}{2} = \frac{2 \pm 3}{2}$$

$$t_1 = 4$$

$$t_2 = -2$$

н.к.

Обратная замена:

$$y^2 = 4$$

$$y^2 - 4 = 0$$

$$y_1 = 2$$

$$y_2 = -2$$

н.к.

$$\text{Ответ: } (8; 2).$$

Отвечать на задачи необходимо полным, развернутым ответом (решением). Пишите аккуратно и разборчиво, соблюдая разметку страницы. Не забудьте указать номер задачи, на которую Вы отвечаете, например, 4.
Условия задачи переписывать не нужно.

N 6

$$\sin\left(\frac{1}{2}\sin x\right) = \cos\left(\frac{1}{2}\cos x\right)$$

$$\sin\left(\frac{1}{2}\sin x\right) - \cos\left(\frac{1}{2}\cos x\right) = 0 \quad | \cdot \frac{\sqrt{2}}{2}$$

$$\frac{\sqrt{2}}{2}\sin\left(\frac{1}{2}\sin x\right) - \frac{\sqrt{2}}{2}\cos\left(\frac{1}{2}\cos x\right) = 0$$

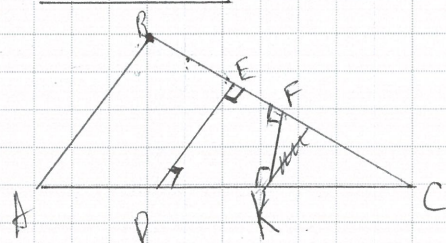
$$\cos\frac{\pi}{4}\sin\left(\frac{1}{2}\sin x\right) - \sin\frac{\pi}{4}\cos\left(\frac{1}{2}\cos x\right) = 0$$

N 7

Дано:

$\triangle ABC$
 $AB=10$
 $BC=17$
 $AC=25$
 $P_{\triangle}=24$
 $a=?$
 $b=?$

Решение:



$$1) P_{DEFK} = 24 = 2(a+b)$$

$$a+b=12$$

2) по формуле Герона
 найдём площадь $\triangle$:

$$S = \sqrt{p \cdot (p-a) \cdot (p-b) \cdot (p-c)}$$

$$p = \frac{10+17+25}{2} = 24$$

$$S = \sqrt{24 \cdot (24-10) \cdot (24-17) \cdot (24-25)} = \sqrt{24 \cdot 14 \cdot 7 \cdot 3} = \sqrt{6 \cdot 4 \cdot 2 \cdot 7 \cdot 7 \cdot 3} = 2 \cdot 6 \cdot 7 = 84$$

$$3) \left. \begin{array}{l} P_{\triangle} = 48 \\ P_{\square} = 24 \end{array} \right\} \Rightarrow P_{\square} = \frac{1}{2} P_{\triangle} \Rightarrow S_{\square} = \frac{1}{4} S_{\triangle} \Rightarrow S_{\square} = \frac{1}{4} \cdot 84 = 21$$

$$4) a = 12 - b$$

$$S = a \cdot b = 21$$

$$(12-b) \cdot b = 21$$

$$12b - b^2 - 21 = 0 \quad | : -1$$

$$b^2 - 12b + 21 = 0$$

$$D = \left(\frac{b}{2}\right)^2 - ac = 36 - 21 = 15 \dots$$

Отвечать на задачи необходимо полным, развернутым ответом (решением). Пишите аккуратно и разборчиво, соблюдая разметку страницы. Не забудьте указать номер задачи, на которую Вы отвечаете, например, 4.
Условия задачи переписывать не нужно.

N 8

O.P.3:

$$\log_{3+x}(3x^2) \leq \log_{3+x}(x+4)$$

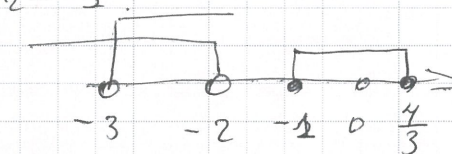
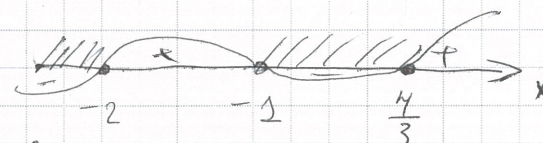
Метод рационализации:

$$\begin{cases} (3+x-1)(3x^2-x-4) \leq 0 \quad (1) \\ 3+x > 0 \\ 3+x \neq 1 \end{cases}$$

$$\text{н. ф. (1)} \quad (2+x)(3x^2-x-4) = 0$$

$$\begin{array}{l} 2+x=0 \\ x=-2 \end{array} \quad \text{или} \quad \begin{array}{l} 3x^2-x-4=0 \\ p=b^2-4ac=1+48=49 \\ x_{1,2} = \frac{-b \pm \sqrt{D}}{2a} = \frac{-1 \pm 7}{6} \end{array}$$

$$x_1 = \frac{-1-7}{6} = -\frac{4}{3}; \quad x_2 = -1$$



$$\text{Ответ: } (-3; -2); [-1; 0); (0; \frac{4}{3}]$$

N 9

$$2|x+5| + |a-3| = x+6$$

хотя бы 2 корня.

$$\text{при } \begin{cases} x+5 > 0 \\ a-3 > 0 \end{cases} \quad \begin{cases} 2x+10+a-3 = x+6 \\ x > -5 \\ x > 3 \\ a = -x-1 \end{cases}$$

$$y = -a-1$$

$$\begin{cases} x+5 < 0 \\ a-3 < 0 \end{cases} \quad \begin{cases} -2x-10-a+3 = x+6 \\ -a = 3x+16-3 \\ a = -13-3x \end{cases}$$

$$\begin{cases} x < -5 \\ a < 3 \\ a = -13-3x \\ y = -\frac{13-a}{3} \end{cases}$$

БЛАНК ОТВЕТОВ №2

страница 5

Отвечать на задачи необходимо полным, развернутым ответом (решением). Пишите аккуратно и разборчиво, соблюдая разметку страницы. Не забудьте указать номер задачи, на которую Вы отвечаете, например, 4.
Условия задачи переписывать не нужно.

БЛАНК ОТВЕТОВ №2

страница 6

Отвечать на задачи необходимо полным, развернутым ответом (решением). Пишите аккуратно и разборчиво, соблюдая разметку страницы. Не забудьте указать номер задачи, на которую Вы отвечаете, например, 4.
Условия задачи переписывать не нужно.